

## Tartalom

A matematika és a valóság viszonya. A véletlenszerűség és a legfontosabb hozzá kapcsolódó fogalmak magyarázata, a véletlenszerűség néhány alapvető tulajdonsága és törvényszerűsége. A véletlen szerepe a világban és az ember életében.

## Megjegyzés

Ez egy közepesen hosszú, de meglehetősen kemény és gondolkozást igénylő téma. Több mély fogalom is tárgyalva van benne, melyek lényegének megértéséhez is meg kell dolgozni. Ilyenek például az okság, a determinizmus vagy a valószínűség. Ugyanakkor a véletlennek, kockázatoknak mind egyéni, mind társadalmi szinten ki vagyunk téve, ezért igen tanulságos lehet elolvasni.

# Véletlenszerűség

(Azonosító: 017; Változat: 01)

## Pozíció a műben

Előszó

A világ működése

Bevezetés

Elvek

Alapok

Megismerés

Véletlenszerűség és rendezettség

## Véletlenszerűség

Rendezettség

Metafizika

A világ építőkövei

A világ mélységei

Elvarratlan szálak

Élet

Elme

Ember

Társadalom

Egység

Program

Az ember élete

<b>1. Matematika és valóság.....</b>	<b>2</b>	—
<b>2. A véletlenszerűséghez kapcsolódó fogalmak.....</b>	<b>3</b>	
2.1. Információ.....	3	1
2.2. Ok és okozat.....	4	
2.3. Determinizmus.....	5	—
2.4. Kiszámíthatóság.....	6	
2.5. Véletlenszerűség \$.....	6	2
2.6. Valószínűség \$.....	7	
2.7. Várható érték.....	9	
<b>3. Nagy számok – alacsony valószínűségek.....</b>	<b>9</b>	—
3.1. A nagy számok törvénye.....	9	
3.2. Alacsony valószínűségű események.....	10	3
<b>4. A normális eloszlás.....</b>	<b>11</b>	
<b>5. Kockázat.....</b>	<b>14</b>	—
5.1. A kockázat jellemzői és felhasználásuk.....	14	
5.2. Az emberek kockázatvállalásának jellemzői.....	15	4
<b>6. Véletlen a világban.....</b>	<b>16</b>	
<b>Referenciák.....</b>	<b>18</b>	—

## 1. Matematika és valóság

A matematika az absztrakt struktúrák (elsősorban a számok, halmazok, alakok) formális jellemzőinek és összefüggéseinek összessége. A matematika tudománya ezekkel foglalkozik. §β

**A matematika független a fizikai világtól,** igazságai ugyanúgy igazak lennének egy, a miénktől teljesen különböző univerzumban is.

**A mi világunk ugyanakkor szorosan kapcsolódik a matematikához.** Egyrészt a világunk fizikája – ki tudja miért – szinte kizárólag matematikai összefüggések, törvények szerint működik, és a matematika a világ magasabb szintjein is jó eszköz a megértéshez. Másrészt a világ inspirálja a matematika tudományát.

Például ahogyan Newton járult hozzá a kalkulus (a matematika tudományának sorozatokkal, határértékekkel, függvényekkel foglalkozó ága) fejlődéséhez fizikai kutatásai kapcsán. Ez az inspiráció ugyanakkor véges, a gyakorlatban használható matematikai

eszköztár nagy részét vélhetően már felfedezték. A modern matematika, hasonlóan a tudomány egyéb területeihez, hajlamos elszakadni a valóságtól.

Érdekes módon a matematika számos olyan elemet tartalmaz, melyek nem jelennek meg a világban közvetlenül, mégis nagyban megkönnyítik a gyakorlati kalkulációkat. A legegyszerűbb példa talán a negatív számoké: a világban nincs olyan, hogy  $-1$  ló, egy könyvelő ugyanakkor nehezen lenne meg nélkük.

## 2. A véletlenszerűséghez kapcsolódó fogalmak

### 2.1. Információ

#### Az információ valamilyen meghatározott minőséget jelent $\$B$ .

Ez a minőség sok minden lehet, így egy ember szemének a színe, a tőzsdeindex állása, vagy egy digitális számítógép memóriájában az, hogy adott bit 0 vagy 1.

Az információt tárolni, továbbítani lehet digitális és analóg formában.

**Digitális** formában az információt egy adott készletből választott elemek, és az ő sorrendjük tárolja. Ilyen az elektronikus számítógépek memóriája, a nyelv vagy az élőlények DNS-e. Analóg információátvitel az, ami nem digitális  $\$B$ . Ilyen például a hagyományos hanglemezek felülete, egy festmény vagy egy virág illata.

A digitális információátvitelnek számos **előnye** van.

- A gyakorlatban, ha analóg módon akarunk információt tárolni, az a használt technikától függően mindig tartalmaz valamekkora pontatlanságot, zajt. A digitális információval ellenben **tetszőleges pontosságot elérhetünk**, csak több elemet kell használni, illetve egymás mellé rakni.
- Ráadásul, az analóg információban meglevő zaj a másolások alkalmával összeadódik, az információ hajlamos elveszni. Digitális esetben ellenben, ha kevés féle elemet használunk (például kettőt, a 0-t és az 1-et), könnyű lesz köztük (illetve a fizikailag tárolt formáik között) különbséget tenni, ezért **másolás alkalmával kisebb a hiba lehetősége, az információ nehezebben torzul**.
- **A digitális információ jól illik az elektronikus tároláshoz és feldolgozáshoz.** Például egy tranzisztor alapvetően két állapotban lehet: vagy folyik rajta áram, vagy nem.

Az információban megjelenő **zaj** gyakran véletlenszerű, ezért **ki lehet átlagolni**. Ez azt jelenti, hogyha adott számszerű információ több forrásból is rendelkezésre áll, ezek átlagát véve pontosabb értékhez juthatunk. Például ha van egy zajos digitális fényképünk, vagyis az egyes képpontok színárnyalatai véletlenszerűen eltérnek a valóditól, akkor, ha csökkentjük a felbontást, azaz több képpontból képzünk egyet, a kapott kép tisztább lesz.

Továbbá gyakori, hogy az **elméleteink, modelljeink** által előre jelzett értékek eltérnek a valóságtól. Ezt **hibának** nevezzük. Statisztikai modellek esetén nem is várjuk el, hogy minden egyes esetet pontosan előre jelezzenek, viszont azt igen, hogy az előrejelzések átlagosan pontosak legyenek, a modelljeink ne torzítsanak, illetve hogy a hiba véletlenszerű

legyen. (Olyan is van, hogy az előrejelzések átlagosan pontosak, de a hiba nem véletlenszerű, magyarázható. Ez azonban azt jelenti, hogy van még olyan információ, amit a modelljeinkbe beépíthetünk, ezzel javítva az előrejelzéseink pontosságát.)  $\beta$  (@@Ugye, ökonóméterek, matematikusok?)

Lásd még: ‘A kommunikáció gyakorlatának alapjai’: a gondolatok (kb. az információ) hatalma; ‘Vállalatok’: információs iparágak

## 2.2. Ok és okozat

### Két esemény közül az egyik akkor oka a másiknak, ha elmaradása esetén a másik sem történt volna meg $\beta$ .

Az ok **nem feltétlenül kizárólagos**. Lehet, hogy más események is kellettek az okozat megtörténtehez. Például a megszületésem oka anyukám megszületése, de apukám megszületése is. Az ok **gyakran helyettesíthető**, vagyis elmaradása esetén történhet valami más, ami ugyanúgy kiváltja az okozatot. Ez lehet valami teljesen más esemény, de lehet az elmaradt okhoz hasonló, közeli esemény is, például, ha anyukám nem akkor, hanem öt perccel később születik, attól még lehet, hogy én ugyanúgy megszülettem volna. Végül, az ok **nem feltétlenül közvetlen**, lehet, hogy az okok-okozatok láncolatában egy korábbi helyen szerepel. Például az anyai nagyanyám megszületése szintén oka az én megszületésemnek.

Az okok és okozatok néhány fontos tulajdonsága:

- Az eseményekhez bonyolult okozati láncok vezethetnek.

Érdekes is belegondolni, hogy **egy-egy esemény bekövetkeztéhez, mennyi mindennek kellett előzőleg megtörténnie**. Megint csak jó példa a születésünk, melyhez a szüleinknek találkozniuk kellett, és éppen a megfelelő pillanatban kellett akcióba lendülniük. Ez önmagában is sok mindentől függött, de ugyanez igaz az összes felmenőnk esetében.

Szintén érdemes megjegyezni, hogy a jó dolgok megtörténtehez előzőleg gyakran rossz dolgokra van szükség, vagyis **a rossz dolgok jó dolgokhoz vezethetnek**. Például lehet, hogy szüleink nem találkoztak volna, ha egyiküket nem éri valamilyen kisebb baleset. Ez a problémák egyik pozitív oldala, de sajnos a fordítottja is igaz.

Továbbá, a legtöbb rossz dologhoz, **szerencsétlenséghez is sok mindennek kell megtörténnie előzőleg**. Ezért ha valami rosszat meg akarunk akadályozni, általában több ponton be lehet avatkozni az események menetébe.

Hogy hogyan néznek ki az okozati láncok, ahhoz lásd a ‘Rendezettség’ témában a hierarchiákat.

- Az okok időben mindig megelőzik az okozatokat.

Lásd ehhez a ‘Relativitáselmélet’ témát. Lényegében ennek az elvnek a megőrzése miatt mondja ki az elmélet, hogy a térben információ, és ezért semmi sem mozoghat gyorsabban a fénynél. Szintén ott olvasható, hogy bár okozati kapcsolatban nem álló események esetén függhet a mozgásállapotunktól, hogy melyiket látjuk előbb történni, ok és okozat esetén mindig az okot látjuk előbb.

- **Vannak dolgok, melyeknek van és vannak, melyeknek nincs okuk.** §

A világon kétféle dolog lehet, aminek **nincs oka**. Az egyik a **kvantumvilágban tapasztalható véletlenszerűség**, a másik a **szabad akarat** döntései. De egyik sem biztos: a kvantumjelenségek mögött elképzelhető, hogy van valamilyen rejtett ok  $\beta$ , a szabad akarat pedig lehet, hogy csak illúzió, ha végső soron a döntéseinket is a fizika törvényei határozzák meg.

Hasonlóan, vannak **dolgok**, melyeknek vannak, és **melyeknek nincsenek következményeik**, okozataik. Szigorú értelemben a makrovilágban lényegében mindennek van valamilyen következménye, ha más nem, például az, hogy a levegő megmozdul, vagy egy kósza foton másképp verődik vissza. A mikrovilágban másképp lehet. Lásd a 'Kvantum világ' témában azt, hogy a részecskék szétkenődött állapota addig tart, amíg nem kerülnek kapcsolatba a környezetükkel, lényegében, ameddig nincsenek következményeik a viselkedésüknek.

Következményeik olyan dolgoknak is lehetnek, melyeknek nincs okuk, így elsősorban a szabad akaratunkkal meghozott döntéseknek.

## 2.3. Determinizmus

### **Egy rendszer és változásának szabályai akkor determinisztikusak, ha a rendszer adott időpontbeli állapota egyértelműen meghatározza a későbbi állapotait.**

Egyúttal az ilyen rendszerekben mindennek van oka.

Érdeemes egy szót szólni arról, hogy **attól még, hogy valaminek van oka, az nem feltétlenül előre eldöntött, determinisztikus**. Például ha egy napon nem lett volna meleg, nem vettem volna fagyit, a meleg így oka annak, hogy fagyiztam, ugyanakkor ennek ellenére dönthettem volna másképp is, ellenállhattam volna a csábításnak. Ezért lehetnek olyan rendszerek, ahol mindennek van oka, a rendszer mégsem determinisztikus. §

**Determinisztikusak mindenekelőtt a klasszikus fizika törvényei, és az általuk felvázolt világ.**

Például abból, hogy egy eldobott kő most éppen hol van, és merre, milyen sebességgel repül, ki lehet számítani, hogy hol lesz egy másodperc múlva, hol ér majd földet, mit fog eltalálni.

A klasszikus fizika világképe azonban nem teljes. Úgy tűnik, a világunkban olyan jelenségek is szerepet játszanak, melyek nem determinisztikusak, így a kvantum véletlenszerűség és a szabad akarat. **Úgy tűnik, hogy a világunk nem determinisztikus**, a jövő nem előre eldöntött.

Az említett jelenségek tehát mintegy „külső beavatkozást” jelentenek a világunk menetébe. Valahányszor egy-egy ilyen eseménynek következményei vannak, onnantól kezdve megváltozik az események régebbi állapot által kijelölt menete. Például, ha hirtelen

úgy döntök, hogy elkapom az eldobott követ, az nem fogja eltalálni azt, ami egyébként az útjában lett volna. Ha a világ jövőjére vagyunk kíváncsiak, azt az ilyen események után mindig újra kell gondolnunk.

A **klasszikus fizika** törvényei azon túl, hogy determinisztikusak, egyszersmind szimmetrikusak is az időre nézve, ami azt jelenti, hogy ha ismerjük a rendszer egy adott időbeli állapotát, abból visszafelé is egyértelműen tudunk következtetni, **a múlt is egyértelműen következik a jelenből**. (Egy determinisztikus rendszer szabályai nem feltétlenül szimmetrikusak. Például ha két számot összeadunk, az összegből nem tudjuk megmondani, mi volt a két tag.) Emiatt a klasszikus fizikában **az idő iránya** nincs egyértelműen kijelölve, nem tudni pontosan miért abban az irányban látjuk folyni, ahogyan érzékeljük. A nem determinisztikus események azonban egyértelműen kijelölik az idő irányát §. Lásd az 'Idő és tér' témában az idő irányáról mondottakat.

## 2.4. Kiszámíthatóság

**Ez azt jelenti, hogy a gyakorlatban képesek vagyunk-e megmondani egy rendszer későbbi állapotát.**

Egy rendszer, nyilván csak akkor lehet kiszámítható, ha determinisztikus, viszont az, hogy determinisztikus, nem biztosítja azt, hogy kiszámítható is.

A kiszámíthatatlanságot a problémák bonyolultsága, azaz a **megismerhetetlenség és összetettség idézheti elő**. Ilyenkor vagy nem tudunk kellő mennyiségű illetve pontosságú információhoz jutni, vagy nem tudjuk feldolgozni azt.

A kiszámíthatatlanság gyakran csak **egy határon túl** kezdődik, ameddig még el tudunk jutni a rendelkezésre álló információkkal és eszközökkel. Ezen túl viszont nincs más választásunk, mint **kivárni, kipróbálni**, hogy mi fog történni.

A kiszámíthatatlanságra példa az időjárás hosszú távú előrejelzése, de ennél jóval egyszerűbb dolgok is, mint minden modell hosszú távú viselkedése, melyet szimulálni vagyunk kénytelenek.

Lásd ehhez az 'Egyszerűség és bonyolultság' témában a problémák bonyolultságának okait.

## 2.5. Véletlenszerűség §

**Kétféle véletlenszerűség van. Az elemi véletlenszerű események nem**

## **determinisztikusak és a szabad akarattól sem függenek.**

Ebben a világban a jelek szerint egy ilyen jelenség van, a kvantum véletlenszerűség.

## ***A látszólagosan véletlenszerű események kiszámíthatatlanok, de determinisztikus szabályok és/vagy a szabad akarat határozzák meg őket.***

Ilyenek például a számítógépekkel előállított „véletlen” számok, melyek valójában egy teljesen determinisztikus sorozat elemei, de ilyen a legtöbb esemény is, melyet a mindennapi életben véletlennek nevezünk, például a balesetek.

**Az, hogy valami véletlenszerű nem feltétlenül jelenti azt, hogy teljesen esetleges,** hogy minden kööttség nélkül bármi bekövetkezhet, hogy semmit nem lehet tudni róla előre. Gyakran van a kimeneteknek egy jól definiált lehetséges halmaza, illetve az egyes kimenetekhez tartozik valamilyen ismert valószínűség.

Például amikor feldobunk egy érmét, előre tudjuk, hogy az eredmény kétféle lehet, fej és írás, és hogy mindkettőnek 50% az esélye. Lásd alább a várható értékről, és a normális eloszlásról írtakat.

Mint a fentiekből látható, a jelek szerint **háromféle dolog mozgatja a világot:**

- 1) A determinisztikus fizikai törvények**
- 2) Az elemi véletlenszerűség**
- 3) A szabad akarat**

## 2.6. Valószínűség \$

**A valószínűség egy véletlen esemény bekövetkeztének esélyét jelenti.**

Jobban mondva azt, hogy azonos feltételek mellett sok próbát, kísérletet végrehajtva, az esetek mekkora hányadában következne be az esemény.

1

Például egy érme nagyon sok feldobásából gyakorlatilag az esetek felében születne fej, ezért annak az eseménynek a valószínűsége, hogy az érmével fejet dobunk, 50%.

## **A valószínűségnek szintén két fajtája van. Az *elemi valószínűség* az elemi véletlenszerű események bekövetkezésének esélye.**

2

Az elemi valószínűség egy természettől adott, önmagában az eseményhez tartozó mennyiség. Lényegében csak a mikrovilágot jellemzi  $\beta$ .

3

Például, hogy mekkora az esélye annak, hogy adott atom egy másodpercen belül el fog bomlani. (Mivel ennek lehetnek mögöttes okai, jobb példa annak a valószínűsége, hogy egy elektron adott körzetben tűnik majd fel a kétréses kísérletben. Lásd a 'Kvantum világ' témában.) Ezek a valószínűségek általánosan, pontosan és matematikailag jól leírható módon adottak, hasonlóan a fizika törvényei által szabályozott egyéb jelenségekhez. A természet gondosan szabályozza az elemi véletlenszerűséget.

4

## **A látszólagos valószínűség a látszólagosan véletlenszerű események bekövetkezésének esélye. $\beta$**

5

A makrovilágban gyakorlatilag minden valószínűség ilyen. Ez a fajta valószínűség nem az eseményhez tartozik, hanem ahhoz az információhalmazhoz, amit az esemény körülményeiről tudunk, és szigorú értelemben csak akkor létezik, ha az eseményt kizárólag determinisztikus szabályok határozzák meg.

6

Ilyenkor a kimenetel valójában előre el van döntve, csak egyféle lehet. Ezt azért nem így érzékeljük, mert **a releváns körülményeknek csak egy részét ismerjük**. Így, ha több „azonos” kísérletet hajtunk végre, azok csak a mi szempontunkból, az ismert feltételek szempontjából lesznek azonosak, a nem ismert tényezők azonban változhatnak. Ezért az utóbbiaknak megfelelően a kimenetel is más-más lehet, az esemény csak az esetek bizonyos hányadában fog bekövetkezni. Az ismert információk halmazához tehát tartozik egy esély, a látszólagos valószínűség.

7

Ebből az is következik, hogyha két embernek különböző információk állnak a rendelkezésére ugyanazzal az eseménnyel kapcsolatban, számukra a látszólagos valószínűség is különböző lehet. Így, **ha különböző becslésekre jutnak, mindkettő helyes lehet** a saját információikhoz képest.

8

Ha a kimenetel eldöntésében a **szabad akarat** is szerepet kap, szigorúan véve nincs is mögöttes, előre eldöntött, megbecsülhető valószínűség. Azért nincs, mert akinek ráhatása van az eseményre, bármikor szabadon meggondolhatja magát. Ez azonban nem jelenti azt,



hogyan ne lehetne előzetes becslésünk arra, hogy az esetek mekkora részében fog bekövetkezni az esemény. Egyrészt az elmére is hatnak a külső körülmények (például, hogy meleg van, ahogyan azt a fagyaltos példában láttuk), másrészt az elmének meg lehetnek a saját tendenciái, melyeket a múltbeli tapasztalatok alapján felmérhetünk (például, hogy mennyire hajlamos ellenállni a csábításnak). Ezek miatt kisebb lesz az önkényesség az elme döntéseiben, ezeket figyelembe véve magunk is érdemi becslést kaphatunk az esemény gyakoriságára, és ha kevésbé vagyunk szigorúak, ezt nevezhetjük az esemény becsült valószínűségének.

Végül, a fentiekből azt érdemes még leszűrni, hogy **a valószínűség (illetve a gyakoriság), és annak becsült értéke két külön dolog**. Az utóbbi az eljárásunktól és a rendelkezésünkre álló információk érvényességétől (illetve a szabad akarattól) függően eltérhet az előbbitől.

## 2.7. Várható érték

A próbák, kísérletek kimenete nemcsak az lehet, hogy egy esemény bekövetkezik-e vagy sem, hanem például valamilyen **számszerű érték** is. Ilyenkor az egyes lehetséges értékekhez rendszerint tartozik egy-egy meghatározott valószínűség is.

A kockadobás esetén például az értékek az 1, 2, 3, 4, 5, 6 lehetnek, míg a valószínűség minden esetben 1/6.

A **várható érték** a kísérlet lehetséges eredményeinek valószínűségekkel súlyozott átlaga, ami ugyanaz, mint az az érték, amihez a végrehajtott kísérletek eredményeinek átlaga tart, ahogyan egyre többször hajtjuk végre a kísérletet. A dobókocka esetén például ez 3,5.

Amit a fentiek értelmében így lehet kiszámítani:

$$(1/6)*1 + (1/6)*2 + (1/6)*3 + (1/6)*4 + (1/6)*5 + (1/6)*6 = 3,5$$

Az alábbiak pedig a végrehajtott kockadobások eredményei:

1, 4, 2, 1, 6, 3, 3, 2, 5, 2, 6, 4, ...

Ahogy ezekből egyre többet átlagolunk, az hosszú távon tart, vagyis egyre közelebb lesz, a 3,5-hez.

Egyébként, amikor egy kísérlet eredménye az, hogy valami bekövetkezik-e vagy sem, szintén értelmezhető számszerű eredményként: 1, amikor igen, 0, amikor nem. A várható érték ilyenkor az esemény bekövetkezésének valószínűsége lesz.

## 3. Nagy számok – alacsony valószínűségek

### 3.1. A nagy számok törvénye

A nagy számok törvénye a fent megfogalmazott egyezést jelenti, vagyis, hogy a végrehajtott kísérletek eredményeinek átlaga tart a leírt súlyozott átlaghoz.

Ez azért hasznos, mert a súlyozott átlagot előre ki tudjuk számítani, így **előre tudjuk, mire számítsunk**, ha sokszor elvégezzük a kísérletet. Többek között így lehet a kaszinó tulajdonosa előre (szinte) biztos abban, mekkora nyereségre tesz majd szert minden dollár után, amit megjátszanak a rulett asztalon.

## 3.2. Alacsony valószínűségű események

Két esetet érdemes kiemelni.

**1) Amikor a lehetséges kimenetek között vannak nagyobb és kisebb valószínűségűek is, és utóbbiak összességükben sem képviselnek jelentős valószínűséget.**

Ilyenkor általában a magasabb valószínűségű események következnek be, de sok kísérletből, ritkán előfordulnak alacsony valószínűségűek is.

Például ahogyan általában nem nyerünk a lottón, de időnként lehet egy kettesünk-hármasunk. Lásd még a 'Megismerés buktatói' témában, ahogyan vannak emberek, akik általában szerencsések / szerencsétlenek. (Ott egy-egy ember számít egy-egy kísérletnek az összes szerencsés és szerencsétlen dologgal együtt, ami vele történt. Az említett alacsony valószínűségű, de sok esetből mégis néhányszor bekövetkező kimenetelnek az számít, hogy valaki mindig szerencsés vagy szerencsétlen.)

Ekkor minél valószínűtlenebb valami, általában annál később következik be. Ha valami hamar bekövetkezik, akkor az valószínűleg nem valószínűtlen.

**2) Amikor csupa alacsony valószínűségű esemény alkotja a lehetséges kimenetek halmazát.**

Ilyenkor mindenképpen valamilyen valószínűtlen esemény következik be. Az előző esettel szemben itt ez nem ritkaság.

Például ha egy héttel előre megkérdeznének, hogy mekkora annak a valószínűsége, hogy éppen azokkal az idegen emberekkel fogunk egy buszon utazni valahová, akikkel majd tesszük, akkor igen alacsony számot mondanánk, joggal.

Bár ezek szerint megtörténnek, a valószínűtlen események *megismétlődni* viszont nem szoktak, a következő alkalmakkor legfeljebb más valószínűtlen események történnek helyettük.

## Az alacsony valószínűségű események általában nem történnek meg egynél többször. Ha valami legalább kétszer megtörténik, az nagy valószínűséggel nem valószínűtlen.

Valamint, ha valami csak egyszer történt meg, az csak annyit mond, hogy a dolog nem lehetetlen, de azt nem, hogy jelentős valószínűséggel bír.

Azért az egyszeri bekövetkezésnek is van jelentősége. Lásd 'A megismerés módjai' témában a precedensekről mondottakat.

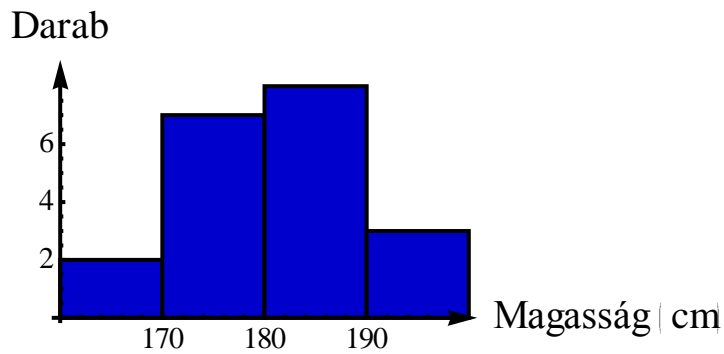
A fentieknek van néhány érdekes gyakorlati alkalmazásuk:

- **Kis és nagy tétek:** Ha az esélyek nekünk kedveznek, akkor sok kicsi kockázatot érdemes vállalni, ha nem, akkor kevés nagyot. Ez a nagy számok törvénye miatt van. Így, ha kaszinóban játszunk, a kaszinó tulajdonosának az a jó, ha apró tétekben játszunk sokszor, nekünk pedig az a legjobb, ha az összes pénzünket egyszerre rakjuk fel, (Bár várhatóan így sem éri meg nekünk.)
- **Közös hibák:** Ha két műben azonos hibák találhatók, akkor legalább az egyik valószínűleg másolat. Ennek oka, hogy a hibák általában valószínűtlen véletlen események, így, különösen kombinációban, nem fordulnak elő egynél többször ugyanúgy.
- **Tanulás:** Ha nyelvet tanulunk, azokra a szavakra érdemes koncentrálni, melyekkel legalább kétszer találkoztuk – illetve annál inkább érdemes megtanulni őket, minél gyakrabban találkozunk velük.
- **Az élet valószínűsége:** Az élet a Földön igen korán létrejött. Ez azt sugallja, hogy legalábbis a megfelelő körülmények között ez nem valószínűtlen. Továbbá ahhoz, hogy az élet a világmindenségben elképzelhető legyen, előzőleg el kellett telnie némi időnek, például, hogy a csillagok létrehozassák a nehezebb elemeket. Ezt számításba véve az univerzum korához képest is viszonylag hamar létrejött az élet, így általában véve is valószínű lehet. β

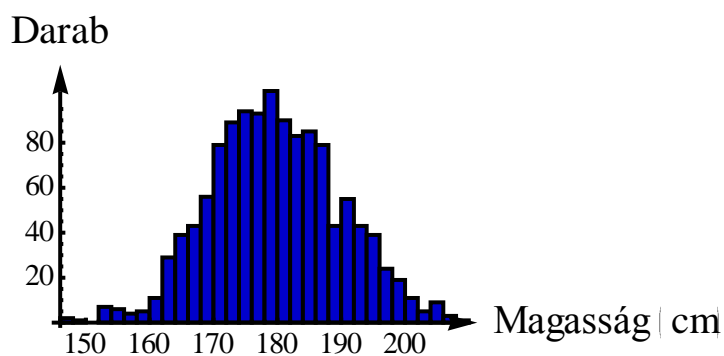
## 4. A normális eloszlás

Valaminek az eloszlása azt jelenti, hogy a dolog, mely különféle (általában számszerű) értékeket vehet fel, mely értékeket hányszor, milyen gyakran veszi fel.

A következő eloszlás húsz ember testmagasságát mutatja be:

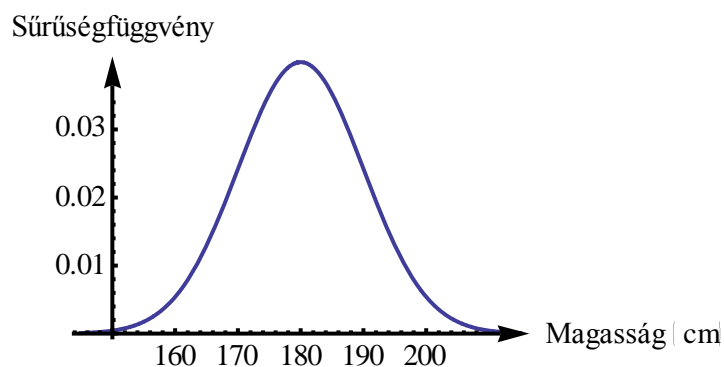


Mint látható 2 ember volt, aki 160-170 cm magas, 7, akié 170-180, és így tovább. 1250 ember esetén a következő eloszlást kapjuk:



Itt egyrészt az látható, hogy a vízszintes tengelyen finomabb lett a beosztás, másrészt az, hogy az összkép kezd egy haranggörbé, tudományosabb nevén a normális eloszlásra hasonlítani. A fentieket **tapasztalati, empirikus eloszlások**nak nevezzük, ami azt jelenti, hogy valaminek a megszámlálása révén vázoltuk fel őket. A tapasztalati eloszlások az elemszám növekedésével gyakran képletekkel leírható, elméleti (statisztikai) eloszlásokhoz tartanak.

A normális eloszlás **elméleti alakjában** így néz ki:



Itt **a görbe magassága** nem darabszámokat jelöl, hanem úgy van megválasztva, hogy az alatta lévő terület összesen 1 legyen. Ez azért jó, mert így az egyes vízszintes intervallumok fölötti terület azt fejezi ki, hogy az esetek hányad része esik az adott intervallumba, egy ilyen eloszlást mutató sokaságban. (Illetve közelítőleg a belőle véletlenszerűen választott kisebb mintában.)

Így, itt a 170 és 180 cm közötti intervallum feletti terület nagysága 0.341, vagyis ha az emberek egy csoportjának testmagassága a fenti eloszlást mutatja, akkor 34,1%-uk esik az említett magasságok közé.

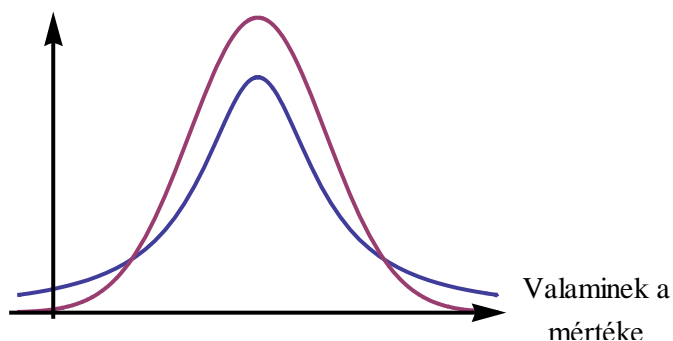
A teljességhez kedvéért: a normális eloszlást két változó jellemzi, a **várható értéke** és a szórása. Az előbbi azt fejezi ki, hogy a görbe „hol van” a vízszintes tengelyen (itt 180-nál), a **szórás** pedig azt, hogy „mennyire van széthúzva” (itt ez 10). E változóknak van egy speciális értéke: amikor a várható érték 0 és a szórás 1, azt nevezzük **standard normális eloszlásnak**.

**A világon nagyon sok minden mutat közelítőleg normális eloszlást.** Az emberek magasságán kívül ilyen még például az emberek intelligencia hányadosa, az évenkénti csapadék mennyisége, és gyakran a különféle modellek, előrejelzések hibái, az információkat torzító zajok.

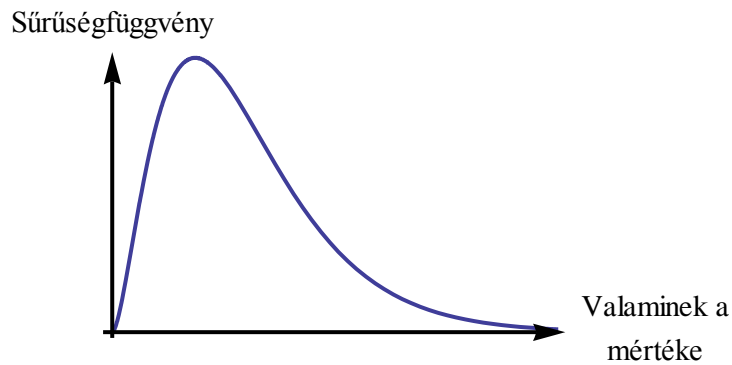
Annak, hogy a normális eloszlás ilyen elterjedt, az az oka, hogy van egy különleges tulajdonsága. Ha sok független valószínűségi változót (vagyis egymástól függetlenül elvégzett kísérletek számszerű eredményeit) összeadjuk (vagy az átlagukat vesszük), az eredmény igen tág feltételek mellett normális eloszlású lesz. Ezt nevezik a **központi határeloszlás tételének**. A világon pedig sok minden függ sok kis dolog többé-kevésbé független befolyásától. Így például az ember magassága függ sokféle géntől, attól, hogy milyen környezeti hatások érik, hogyan táplálkozik, és így tovább.

A normális eloszláson túl sokféle statisztikai eloszlás létezik még. A gyakorlat szempontjából érdemes szót ejteni róla, hogy számos jelenségben tapasztalható, hogy **extrém esetek is viszonylag gyakran előfordulnak**, ahogyan azt a következő, a középső régióban alul lévő eloszlás szemlélteti. (A másik görbe az azonos szórású normális eloszlásé, összehasonlításképpen. A függőleges tengely itt nem a vízszintes tengely 0 értékénél metszi azt, hanem valamilyen nagyobb értéknél.) (@@Gyakorlati példa ide?)

Sűrűségfüggvény



Hasonló jelenséget tapasztalunk, ha olyan dolgokról beszélünk, melyek csak pozitívak lehetnek és a kisebb értékek környékén tömörülnek. Ilyen képet mutathat például a vállalatok mérete, a vagyonok nagysága vagy a bankok veszteségei. (Itt a függőleges tengely a vízszintest annak 0 értékénél metszi.)



Ennek a jelenségnek az egyik oka a **pozitív visszacsatolás** lehet, mely minél nagyobb valami (a fenti esetben az átlagtól vett eltérés), annál inkább segíti a további növekedést  $\beta$ .

## 5. Kockázat

A kockázat valamilyen jelentőséggel bíró kimenetel bizonytalanságát jelenti.

### 5.1. A kockázat jellemzői és felhasználásuk

#### 1) A kockázatok kiátlagolódása

Ez akkor fordul elő, ha **több, egymástól független kockázatnak vagyunk kitéve**: általában egyes dolgokban szerencsénk lesz, másokban nem, így összességében kisebb lesz a kockázatunk, mint az egyes kockázatok összege. Ezért ajánlják gyakran a befektetéseink változatossá tételét, diverzifikálását.

Ilyen, amikor nem csak egyféle részvényt veszünk az összes pénzünkön, hanem többfélét, és azon kívül is még például befektetési jegyeket, ingatlant, devizát, stb...

Lásd itt a zaj kiátlagolásáról írtakat.

#### 2) A kockázatok ellensúlyozhatják egymást

Ez akkor történik, amikor két bizonytalan esemény kimenetele összefügg, mégpedig úgy, hogy **ha az egyik kedvezőtlenül végződik, akkor a másik kedvezően**, vagyis amit az egyik ügyleten elveszítünk, azt a másikon visszanyerjük. Ily módon az előző esethez képest jobban

tudjuk biztosítani magunkat a kockázat ellen, akár teljesen ki is kűszöbölhetjük azt. Ezt nevezik a kockázat fedezésének.

Ilyen, amikor a kockázatos eszközök mellett a pénzünk egy részét aranyban tartjuk. Az **arany** ára ugyanis általában akkor megy fel, amikor a gazdaság rosszul megy, amikor a részvények, és hasonlók ára lemegy. Ez nem egy tökéletes fedezés, mert ezeknek az eszközöknek az ára azért nem feltétlenül mozog szorosan együtt. Tökéletesebb fedezés érhető el **származtatott ügyletek** (pl. határidős ügyletek, opciók) felhasználásával, ahol az összefüggés szorosabb.

Hogy adott eszköz (pl. részvény) hogyan befolyásolja az összes kockázatunkat, függ tehát attól, hogy milyen más eszközeink vannak, ezekkel hogyan mozog együtt az ára. Érdekes, hogy emiatt **ugyanaz az eszköz az egyik befektetőnek többet, a másoknak kevesebbet érhet**. Lásd ezt a 'Részvények, tőzsde, spekuláció' témában.

## 5.2. Az emberek kockázatvállalásának jellemzői

### **Az emberek kockázatkerülők.**

Azaz nem szeretik a bizonytalanságot. Ezt például azzal is kifejezik, hogy nem ritkán inkább a biztos rosszat választják, mint a bizonytalant.

Legalábbis általában kockázatkerülők, merthogy kicsiben gyakran kockáztatnak szívesen, például különféle szerencsejátékokat játszanak. (Kisebb részük pedig nagyban is kimondottan keresi a kockázatot, az izgalmat.)

Ennek ellenére sokakra jellemző **a kis valószínűségű, de súlyos következményekkel járó eshetőségek elhanyagolása.**

Ilyenek például a balesetek, és ahogyan sokan nem kapcsolják be a biztonsági övet. Az efféle kockázatok esetén nehezebb megítélni, hogy mekkora óvatosságot igényelnek, de nem árt emlékezni rá, hogy a nagy bajhoz elég, ha egyszer bekövetkeznek. Másrészt társadalmi szinten az ilyesmi elég stabilan szállítja az áldozatokat.

**Mint a fentiekből látható, a kockázat gyakran kiszámítható és csökkenthető, vagy ha más nem, elkerülhető. Érdeemes tudatosnak és óvatosnak lenni, ha az ember kockázatot vállal.**

A kockázatkerülésnek társadalmi következményei is vannak. A gazdaságnak is gyakran jobb, ha kedvezőtlenebb, de stabil körülmények között működhet.

## A bizonyosság, stabilitás önmagában is érték, mind az egyes ember, mind a társadalom számára.

Lásd a 'Preferenciák és hasznosság' témát a kockázatkerüléshez, a 'Problémák' témában a távoli problémák elhessegetéséről írtakat, az 'Óvatosság, rugalmasság, kiváráás' témában a kockázatokkal kapcsolatosakat, illetve, hogy az óvatosságával csak esélyeket vehet az ember.

## 6. Véletlen a világban

A véletlen a világban sok egyéb helyen is felbukkan:

### 1) Káosz

Ez magyarul **rendetlenséget** jelent. Sok ilyen dolog van a világban, például az időjárás. Kialakulásához hozzájárul a rendszerek érzékenysége, vagyis hogy a kis, véletlen változások felnagyítódnak, valamint a bonyolult problémák egyéb tényezői, mint az összetettség vagy az elme, a szabad akarat jelenléte.

Az is **gyakran** előfordul, hogy a káosz **rendezett állapotokat követ**, például ahogyan az időjárás kaotikusabbá válik a globális felmelegedés miatt; ahogyan a gazdaság megszokott rendje, illetve a tőzszeindex viselkedése kiszámíthatatlanná válik válságok idején; vagy ahogyan a társadalmi rend megbomlik a forradalmak alkalmával. A káosz ily módon tünete lehet a háttérben megbúvó, egyébként láthatatlan erők, feltételek megváltozásának, egyensúlyuk megbomlásának. A kaotikussá vált rendszerek aztán később felvehetnek egy újfajta stabil állapotot.

Lásd ehhez az 'Evolúció - revolúció' témában a revolúcióról, illetve az 'Egyszerűség és bonyolultság' témában az érzékenységről mondottakat.

### 2) A véletlen mintavétel

Ez egy egyszerű módszer arra, hogy biztosítsuk egy minta reprezentativitását, azt, hogy jól képviselje a sokaságot, amiből vettük. Lásd 'A megismerés buktatói' témában a szelektív mintavétel alatt.

### 3) A kvantumjelenségek véletlenszerűsége

Ahogy elhangzott, ez tűnik a világ egyetlen elemi véletlen jelenségnek. A jelek szerint így a véletlen alapvető építőköve a világunknak. Lásd a 'Kvantum világ' témát.

### 4) A véletlen szerepe az evolúcióban

Az evolúcióhoz, különösen a biológiai evolúcióhoz, úgy tűnik, elsősorban a véletlen **szolgáltatja a kiválasztódáshoz szükséges változatosságot**. (Ha minden egyed egyforma volna ugyanis, nem tudnának kiválasztódni az adott körülményeknek jobban megfelelők.) Bővebben 'Az evolúció logikája' témában.

### 5) Megszületésünk



Érdeemes egy percre eltöprengeni azon, hogy mennyire **valószínűtlen volt** az, hogy megszülethettünk. A lottó főnyereményének megütésénél mindenestre sokkal, de sokkal valószínűtlenebb. Lásd itt az oksági láncokat, ahol már utaltam erre, és ‘A világ és a saját létünk csodája’ témát.

1

## 6) Furcsa egybeesések \$

Időnként előfordul, hogy **egy valószínűtlen dolog rövid időn belül kétszer is megtörténik** az emberrel, vagy néhány egymáshoz kapcsolódó valószínűtlen dolog történik nem sokkal egymás után, látszólag függetlenül. Például amikor egymás után kétszer hallunk valami olyanról, amivel régebben még, úgy tűnik, nem találkoztunk. Ez például azért lehet, mert sokféle ilyen dolog történhet; vagy a szelektív figyelem miatt, mert valamiért érzékenyebbek lettünk az adott dologra; vagy, mert a két esemény igazából nem független, például a hallott dolgot felkapta a média, a közbeszéd, csak mi nem tudunk róla.

2

## 7) Véletlen a gazdaságban

A társadalom és a gazdaság összetett és sok szempontból megismerhetetlen jelenségek. Emiatt nehéz velük kapcsolatban előrejelzéseket tenni, legalábbis, ami az **egyedi eseményeket**, például a gazdasági válságokat illeti, ahol nem lehet közvetlen statisztikai elemzésekre támaszkodni.

3

Ahol ez lehetséges, ahol **sok esemény** történik, egy-egy eseménnyel kapcsolatban ott sem lehet biztosat mondani, de becsült valószínűségeket már kaphatunk rájuk, például arra, hogy egy bank valamely ügyfele elkezd-e majd nem fizetni. Továbbá, ami a sok eset összesített kimenetelét illeti, már viszonylag pontos elképzeléseink lehetnek.

4

A véletlen a **tőzsde** világában is megjelenik, ahol különösen a rövid távú mozgásokat, illetve a kiépült trendek megtörésének idejét nehéz megjósolni. (Egyes elméletek szerint előre egyáltalán nem tudható, véletlenszerű, hogy a részvényárfolyamok merre fognak elmozdulni (bármilyen távon) – ezért kár is spekulálni.)

Lásd ehhez a ‘Gazdasági válságok’ témát, és a ‘Részvények, tőzsde, spekuláció’ témában a hatékony piac elméletéről írtakat.

5

## 8) A véletlenszerűség illúziói

**Van az emberi gondolkozásnak néhány tipikus hibája**, mely félrevezethet bennünket a véletlenszerűséggel kapcsolatban. Ilyen például, ahogy azt hisszük, ha valami (egy más dologtól független, véletlenszerű esemény) már régen történt, akkor egyre valószínűbbé válik. Például, hogy kihúzzák a 77-est a lottón. Lásd ‘A megismerés buktatói’ témában.

6

## 9) Szerencse

A következőket érdemes ezzel kapcsolatban itt megemlíteni:

- **Sok múlik a szerencsén:** Annak, hogy véletlenszerűen kinek, hová születünk, milyen kedvező és kedvezőtlen dolgok történnek velünk, alapvető jelentősége van döntéseink kimenetele, érvényesülésünk, boldogulásunk szempontjából. A szerencse-szerencsétlenség az emberek közötti egyenlőtlenség fontos forrása is. Erről bővebben az ‘Egyenlőtlenség’ témában.
- **A szerencse vak:** Az ember szeretné azt hinni, hogy az életnek célja van vele, hogy a gondviselés terelgeti valamerre, hogy a jó és különösen a rossz dolgok nem ok nélkül történnek vele. Ez nem így van. A természet és az élet közönyös irántunk, az élet nem logikus, nincs sors, és nincs a világba beépített igazságszolgáltatás sem. A szerencsés és szerencsétlen dolgok valóban véletlenszerűen történnek velünk. Lásd ezeket az ‘Igazságosság’ és ‘A boldogság keresése és korlátai’ témákban. \$B
- **Szerencsés és szerencsétlen emberek és sorozatok:** A véletlenszerűségnek köszönhetően lehetnek konzisztensen szerencsés és hasonlóan szerencsétlen emberek,

7

8

illetve életünk során magunknak, az egyes embernek is lehetnek hasonlóan szerencsés és szerencsétlen sorozatai – ahogyan az a ‘Megismerés buktatói’ témában ki van fejtve.

## Referenciák

- *Jeffrey M. Wooldridge: Introductory Econometrics*